

- 5** Sia  $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ . Determinare  $f^{(2017)}(x)$ , esplicitando, in modo chiaro ed esauriente, il procedimento seguito.

- 5** Le derivate delle funzioni goniometriche elementari si ripetono uguali ogni 4 gradi di derivazione. Se  $y(x) = \sin x$ , per esempio, abbiamo:

$$y^{(0)}(x) = \sin x, \quad y^{(1)}(x) = \cos x, \quad y^{(2)}(x) = -\sin x, \quad y^{(3)}(x) = -\cos x, \quad y^{(4)}(x) = \sin x,$$

e in generale sarà  $y^{(n)}(x) = y^{(n+4)}(x)$ .

La funzione  $f(x) = \sin x + \cos x$  è data dalla somma di due funzioni goniometriche elementari, quindi anche le sue derivate si ripetono uguali ogni 4 gradi di derivazione.

Dato che  $2017 = 504 \cdot 4 + 1$ , risulta:

$$f^{(2017)}(x) = f^{(1)}(x) = f'(x) = \cos x - \sin x.$$